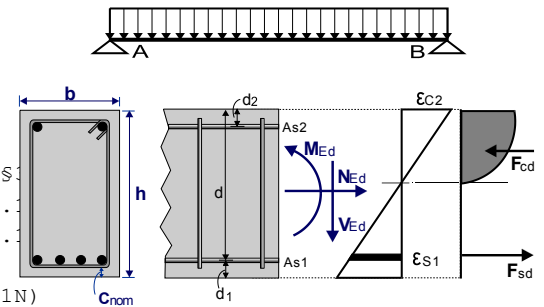


## 1. TRAVE-04

### Trave semplicemente appoggiata con carico misto

(EC2 EN1992-1-1:2004, UNI EN1990-1-1:2004, )

Classe del CA : C25/30-S220 (EC2 §4.4.1)  
 Classe di esposizione ambientale : XC2 (EC2 §4.4.1)  
 Copriferro :  $C_{nom}=30$  mm (EC2 §4.4.1)  
 Peso CLS :  $25.0$  kN/m<sup>3</sup> (EC2 Tabella 2.1N)  
 $\gamma_c=1.50$ ,  $\gamma_s=1.15$  (EC2 Tabella 2.1N)  
 $f_{cd}=\alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_c = 0.85 \times 25 / 1.50 = 14.17$  MPa (EC2 §3.1.6)  
 $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s = 220 / 1.15 = 191$  MPa (EC2 §3.2.7)



### 1.1. Dimensioni e carichi

Trave (sezione rettangolare) , luce  $L=6.000$  m

$L=6.000$  m,  $b_w=0.300$  m,  $h=0.500$  m

Fattori parziali di sicurezza per l'azioni:  $\gamma_G=1.30$ ,  $\gamma_Q=1.50$  (EC0 Annessi A1)

Combinazioni delle azioni variabili :  $\psi_0=0.70$ ,  $\psi_1=0.60$ ,  $\psi_2=0.30$

Spessore efficace della sezione  $d=h-d_1$ ,  $d_1=C_{nom}+\phi_s+0.5\phi=30+8+0.5 \times 16=46$  mm

#### Carichi sulla trave

peso proprio della trave  $g_0= 3.75$  kN/m

carico uniforme  $g_1= 5.00$  kN/m  $q_1= 10.00$  kN/m

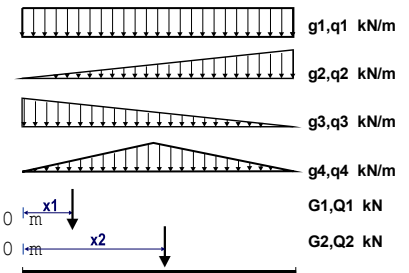
carico triangolare  $g_2= 0.00$  kN/m  $q_2= 0.00$  kN/m

carico triangolare  $g_3= 0.00$  kN/m  $q_3= 0.00$  kN/m

carico triangolare  $g_4= 0.00$  kN/m  $q_4= 0.00$  kN/m

carico concentrato  $G_1= 20.00$  kN  $Q_1= 5.00$  kN  $x_1= 2.000$  m

carico concentrato  $G_2= 10.00$  kN  $Q_2= 3.00$  kN  $x_2= 4.000$  m



Parametri della sezione (area A, momento d'inertia  $I_{yy}$ , baricentro  $z_c$ )

Luce-1  $L= 6.000$  m,  $A=0.15000$  m<sup>2</sup> ( $1.50E+005$  mm<sup>2</sup>),  $I_{yy}=0.00313$  m<sup>4</sup> ( $3.13E+009$  mm<sup>4</sup>),  $z_c=0.000$  m (0 mm)

### 1.2. Stato limite ultimo (SLU)

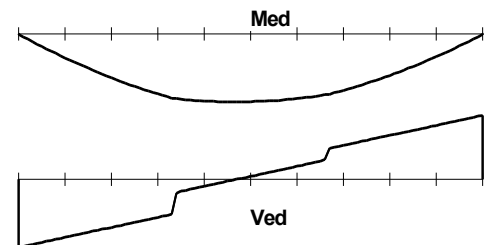
(EC2 EN1992-1-1:2004, §6.1)

Carico (STR)  $q_{ed}=\gamma_G \cdot g + \gamma_Q \cdot q = 1.30g + 1.50q$

### 1.3. Azioni di progetto, forze di taglio e momenti flettenti, Stato limite ultimo (SLU)

Momenti flettenti e taglio, combinazione di carico  $1.30g+1.50q$

x/L	x	Med	Ved
0.00	0.00m	0.00 kNm	107.29 kN
0.10	0.60m	59.63 kNm	91.47 kN
0.20	1.20m	109.76 kNm	75.64 kN
0.30	1.80m	150.40 kNm	59.82 kN
0.40	2.40m	168.14 kNm	10.49 kN
0.50	3.00m	169.69 kNm	-5.33 kN
0.60	3.60m	161.74 kNm	-21.16 kN
0.70	4.20m	140.80 kNm	-54.48 kN
0.80	4.80m	103.36 kNm	-70.31 kN
0.90	5.40m	56.43 kNm	-86.13 kN
1.00	6.00m	0.00 kNm	-101.96 kN



$V_{edA}= 107.29$  kN,  $V_{edB}= 101.96$  kN,  $maxMed= 170.22$  kNm,  $maxVed= 107.29$  kN

Momento massimo sulla campata  $Med=170.22$  kNm ( $x=2.820$  m)

Forze di taglio massime alla distanza d dalla sezione di appoggio

Luce-A,  $b/2+d=0.544$  m,  $V_{edA}= 93.05$  kN,  $V_{edB}= 87.72$  kN

Luce-A,  $b/2=0.100$  m,  $V_{edA}= 104.13$  kN,  $V_{edB}= 98.79$  kN

**1.4. Luce Stato limite ultimo (SLU), Progettazione per flessione**

Spessore efficace della sezione  $d_1 = C_{nom} + \phi_s + 1.1 \phi = 30 + 8 + 1.1 \times 16 = 56 \text{ mm}$ ,  $d_2 = 56 \text{ mm}$ ,  $d = 500 - 56 = 444 \text{ mm}$   
 Armatura per flessione (solo l'armatura in trazione è necessaria)  
 $M_{ed} = 170.22 \text{ kNm}$   $b_w = 300 \text{ mm}$   $d = 444 \text{ mm}$   $K_d = 1.87$   $x/d = 0.28$   $\epsilon_{c2}/\epsilon_{s1} = -3.5/8.8$   $k_s = 5.94$ ,  **$A_{s1} = 22.74 \text{ cm}^2$**   
 Armat. minima longitudinale in trazione,  $A_s > 0.26 b_d \cdot f_{ctm}/f_{yk}$ , ( $A_{s,min} = 4.10 \text{ cm}^2$ ) (EC2 §9.2.1.1.1)  
 Armat. massima in trazione o compressione,  $A_s \leq 0.04 A_c$ , ( $A_{s,max} = 60.00 \text{ cm}^2$ ) (EC2 §9.2.1.1.3)  
**Armatura per flessione:  $10\phi 16 + 1\phi 18$  ( $22.64 \text{ cm}^2$ ) (basso)**

**1.5. Luce Stato limite ultimo (SLU), Progettazione per rottura a taglio**

Resistenza a taglio senza armatura a taglio  $V_{rdc}$  (EC2 §6.2.2)  
 $V_{rdc} = [C_{rdc} \cdot k \cdot (100 \rho_1 \cdot f_{ck})^{0.33} + k_1 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d$  (EC2 Eq.6.2.a)  
 $V_{rdc} \geq (v_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d$  (EC2 Eq.6.2.b)  
 $C_{rdc} = 0.18/\gamma_c = 0.18/1.50 = 0.120$ ,  $f_{ck} = 25.00 \text{ MPa}$ ,  $b_w = 300 \text{ mm}$ ,  $d = 444 \text{ mm}$   
 $k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2$ ,  $k = 1.67$ ,  $k_1 = 0.15$   
 $\rho_1 = A_{s1}/(b_w \cdot d) = 2264/(300 \times 444) = 0.0170$   
 $v_{min} = 0.035 \cdot k^{1.50} \cdot \sqrt{f_{ck}} = 0.38 \text{ N/mm}^2$  (EC2 Eq.6.3N)  
 $V_{rd,c(min)} = 0.001 \times (0.38) \times 300 \times 444 = 50.66 \text{ kN}$   
 $V_{rdc} = 0.001 \times [0.120 \times 1.67 \times (1.70 \times 25.00)^{0.33}] \times 300 \times 444 = 93.24 \text{ kN}$   
 $V_{ed} = 93.05 \text{ kN} \leq V_{rdc} = 93.24 \text{ kN}$ ,  **$V_{ed} \leq V_{rdc}$  armatura a taglio non necessaria**

Capacità del puntone di CLS  $V_{rdmax}$  (EC2 §6.2.3 Eq.6.9)  
 $V_{rdmax} = \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd}/(\cot\theta + \tan\theta)$ ,  $V_{ed}/\max(V_{rdmax}) = 0.23$ ,  $\theta = 21.8^\circ$   $\cot\theta = 2.50$   $\tan\theta = 0.40$   
 $\alpha_{cw} = 1.00$   $z = 0.9d$ ,  $f_{ck} = 25.0 \leq 60 \text{ MPa}$   $v_1 = 0.6[1 - f_{ck}/250] = 0.6[1 - 25/250] = 0.540$ ,  $f_{cd} = 14.17 \text{ MPa}$   
 $V_{rdmax} = 0.001 \times 1.00 \times 300 \times 0.9 \times 444 \times 0.540 \times 14.17/2.90 = 316.6 \text{ kN}$

Staffe minimi per armatura a taglio (EC2 §9.2.2)  
 Rapporto minimo di armatura a taglio  $\rho_{w,min}$  (EC2 Eq.9.5N)  
 $\rho_{w,min} = (0.08 \times (f_{ck})^{0.5})/f_{yk}$ ,  $f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$ ,  $f_{yk} = 220 \text{ N/mm}^2$ ,  $\rho_{w,min} = 0.0018$   
 $\min A_{sw}/s = 10 \times 0.0018 \times 300 \times \sin(90^\circ) = 5.40 \text{ cm}^2/\text{m}$

Distanza massima longitudinale dei staffe  $s_{lmax} = 0.75d$  ( $\leq 600 \text{ mm}$ ) =  $330 \text{ mm}$  (EC2 §9.2.2.6, Eq.9.6N)  
 Distanza massima trasversale delle staffe  $s_{tmax} = 0.75d$  ( $\leq 600 \text{ mm}$ ) =  $330 \text{ mm}$  (EC2 §9.2.2.8, Eq.9.8N)

Armatura minima a taglio staffe  $\phi 8/18.5$  ( $A_{sw}/s = 5.44 \text{ cm}^2/\text{m}$ )

**Luce Armatura a taglio: staffe  $\phi 8/18.5$  ( $A_{sw}/s = 5.44 \text{ cm}^2/\text{m}$ )**

**1.6. Azioni di progetto, forze di taglio e momenti flettenti, Stato limite di Esercizio (SLE))**

Momenti flettenti e taglio, combinazione di carico 1.00g+0.30q

$x/L = 0.00$ , $x = 0.00 \text{ m}$ , $M_{ed} =$	$0.00 \text{ kNm}$ , $V_{ed} =$	$53.22 \text{ kN}$
$x/L = 0.10$ , $x = 0.60 \text{ m}$ , $M_{ed} =$	$29.82 \text{ kNm}$ , $V_{ed} =$	$46.17 \text{ kN}$
$x/L = 0.20$ , $x = 1.20 \text{ m}$ , $M_{ed} =$	$55.40 \text{ kNm}$ , $V_{ed} =$	$39.12 \text{ kN}$
$x/L = 0.30$ , $x = 1.80 \text{ m}$ , $M_{ed} =$	$76.76 \text{ kNm}$ , $V_{ed} =$	$32.07 \text{ kN}$
$x/L = 0.40$ , $x = 2.40 \text{ m}$ , $M_{ed} =$	$85.28 \text{ kNm}$ , $V_{ed} =$	$3.52 \text{ kN}$
$x/L = 0.50$ , $x = 3.00 \text{ m}$ , $M_{ed} =$	$85.28 \text{ kNm}$ , $V_{ed} =$	$-3.53 \text{ kN}$
$x/L = 0.60$ , $x = 3.60 \text{ m}$ , $M_{ed} =$	$81.04 \text{ kNm}$ , $V_{ed} =$	$-10.58 \text{ kN}$
$x/L = 0.70$ , $x = 4.20 \text{ m}$ , $M_{ed} =$	$70.39 \text{ kNm}$ , $V_{ed} =$	$-28.53 \text{ kN}$
$x/L = 0.80$ , $x = 4.80 \text{ m}$ , $M_{ed} =$	$51.16 \text{ kNm}$ , $V_{ed} =$	$-35.58 \text{ kN}$
$x/L = 0.90$ , $x = 5.40 \text{ m}$ , $M_{ed} =$	$27.69 \text{ kNm}$ , $V_{ed} =$	$-42.63 \text{ kN}$
$x/L = 1.00$ , $x = 6.00 \text{ m}$ , $M_{ed} =$	$0.00 \text{ kNm}$ , $V_{ed} =$	$-49.68 \text{ kN}$

Momento massimo sulla campata  $M_{ed} = 85.81 \text{ kNm}$  ( $x = 2.700 \text{ m}$ )

### 1.7. Stato limite di Esercizio (SLE)

(EC2 EN1992-1-1:2004, §7)

$L=6.000\text{m}$ ,  $b=0.300\text{m}$ ,  $h=0.500\text{m}$ ,  $d=0.444\text{m}$   
 $L_{eff}=6.000\text{m}$ ,  $Med(SLS)=85.81\text{ kNm}$   
 Coefficiente di deformazione finale  $\phi(\infty, t_0)=2.50$  (EC2 §3.1.4, Annessi B)  
 Tensione di ritiro totale  $\epsilon_{cs}=-0.30\text{‰}$   
 $\gamma_c=1.00$ ,  $\gamma_s=1.00$  (EC2 §2.4.2.4.2)  
 Modulo elasticità del calcestruzzo  $E_{cm}=31\text{GPa}$ ,  $E_{c,eff}=31/(1+2.50)=8.71\text{GPa}=8710\text{MPa}$  (EC2 Eq.7.20)  
 Modulo elasticità dell'acciaio  $E_s=200\text{GPa}=200000\text{MPa}$   
 Rapporto modulare  $\alpha_e=E_s/E_c=200/30.50=6.56$ , effettivo  $\alpha_{e,eff}=E_s/E_{c,eff}=200/8.71=22.96$   
 Armatura di tensione: 10Ø16+1Ø18, Armatura di compressione: 2Ø14  
 Rapporto di armature  $\rho=As_1/(b \cdot d)=2264/(300 \times 444)=0.017$ ,  $\rho'=As_2/(b \cdot d)=308/(300 \times 444)=0.002$

#### 1.7.1. Stato I (sezione non fessurata) (SLE)

Rigidezza flessionale della sezione non fessurata,  $EI=(200/22.96) \times (0.001 \times 3.125)=27221\text{ kNm}^2$   
 $S=As \cdot z_{sl}=(0.001)^2 \times 2264 \times 0.194=(0.001) \times 0.440\text{ m}^3$  (EC2 Eq.7.21)  
 Curvatura dovuta al momento  $1/r_M=85.806/27221=(0.001) \times 3.152\text{ (1/m)}$   
 Curvatura dovuta al ritiro  $1/r_{cs}=(0.001 \times 0.30) \times 22.960 \times (0.440/3.125)=(0.001) \times 0.970\text{ (1/m)}$   
 Curvatura totale  $1/r=(0.001) \times 3.152+(0.001) \times 0.970=(0.001) \times 4.122\text{ (1/m)}$   
 Momento di fessurazione,  $M_{cr}=f_{ctm} \cdot (I/y_2)=2.6 \times (3.125/0.250)=32.50\text{ kNm}$

#### 1.7.2. Stato II (sezione completamente fessurata) (SLE)

$\rho=0.017$ ,  $\rho'=0.002$ ,  $\rho'/\rho=0.118$ ,  $n=\alpha_e=22.96$ ,  $n \cdot \rho=0.390$ ,  $\xi=0.368$ ,  $\alpha=0.554$ ,  $x=\alpha \cdot d=0.246\text{m}$   
 Rigidezza flessionale della sezione completamente fessurata,  $EI=\xi \cdot E_s \cdot As \cdot d^2=0.368 \times 200 \times 2264 \times 0.444^2=3$   
 $S=As \cdot z_{sl}=(0.001)^2 \times 2264 \times 0.198=(0.001) \times 0.449\text{ m}^3$  (EC2 Eq.7.21)  
 Curvatura dovuta al momento  $1/r_M=85.806/32941=(0.001) \times 2.605\text{ (1/m)}$   
 Curvatura dovuta al ritiro  $1/r_{cs}=(0.001 \times 0.30) \times 22.960 \times (0.449/3.782)=(0.001) \times 0.990\text{ (1/m)}$   
 Curvatura totale  $1/r=(0.001) \times 2.605+(0.001) \times 0.990=(0.001) \times 3.594\text{ (1/m)}$   
 $Med=85.81\text{ kNm}$ ,  $\epsilon_c/\epsilon_s=0.64/0.52$ ,  $x=246\text{mm}$ ,  $\sigma_s=103\text{ N/mm}^2$

#### 1.7.3. Verifica deformazione senza calcolo (SLE)

(EC2 EN1992-1-1:2004, §7.4.2)

$1/d=K[11+1.5 \sqrt{f_{ck}}(\rho_o/(\rho-\rho'))+(1/12) \sqrt{f_{ck}} \sqrt{(\rho'/\rho_o)}]=13.76$  (EC2 Eq.7.16b)  
 $f_{ck}=25.00\text{N/mm}^2$ ,  $\rho_o=0.001 \times \sqrt{25.00}=0.005$ ,  $\rho=0.017$ ,  $\rho'=0.002$ ,  $\rho > \rho_o$ ,  $K=1.0$   
 $1/d=(310/\sigma_s) \times (1/d)$ ,  $\sigma_s=103\text{ N/mm}^2$ ,  $1/d=(310/103) \times 13.76=41.30$  (EC2 Eq.7.17)  
 $l_{eff}/d=6.000/0.444=13.50 \leq 41.30$ , **Luce/profondità entro i limiti**

#### 1.7.4. Verifica deformazione da calcolo (SLE)

(EN1992-1-1, §7.4.3)

$\zeta=1-0.50 \cdot (M_{cr}/Med)^2=1-0.50 \times (32.50/85.81)^2=0.93$  (Eq.7.19)  
 Curvatura finale  $(1/r)=0.93 \times (0.001 \times 3.594)+(1-0.93) \times (0.001 \times 4.122)=(0.001) \times 3.632\text{ (1/m)}$  (Eq.7.18)  
 $\beta=(M_a+M_b)/M_c=(0.00+0.00)/85.81=0.00$ ,  $k=0.104(1-0.00/10)=0.1040$   
 $f=k \cdot L_{eff}^2 \cdot (1/r)=0.1040 \times 6.000^2 \times 3.632=13.6\text{ mm}$   
 $f=13.60 \leq 1000 \times 6.000/250=24.0\text{ mm}$ , **Deformazione entro i limiti**

#### 1.7.5. Area minima di armatura (SLE)

(EC2 EN1992-1-1:2004, §7.3.2)

Aree minime di armatura  $As_{min}=k_c \cdot k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{ct}/\sigma_s$  (EC2 Eq.7.1)  
 $b=0.300\text{m}$ ,  $b_{eff}=0.300\text{m}$ ,  $h=0.500\text{m}$ ,  $d=0.444\text{m}$ ,  $x=0.246\text{m}$ ,  $\emptyset=18\text{mm}$   
 $N_{ed}=0.00\text{kN}$ ,  $\sigma_c=(N_{ed}/bh)=0.0\text{N/mm}^2$ ,  $\sigma_s=103\text{N/mm}^2$   
 $A_{ct}=(h-x) \cdot b=(500-246) \times 300=76171\text{ mm}^2$   
 $\max(h, b_1)=1\text{mm}$ ,  $f_{ctm}=2.60\text{N/mm}^2$ ,  $A_{c,eff}=76171\text{mm}^2$ ,  $k=0.86$ ,  $k_c=0.40$ ,  $k_1=1.50$   
 Armatura minima,  $As_{min}=0.40 \times 0.86 \times 2.60 \times 76171/103=659\text{mm}^2$

#### 1.7.6. Controllo delle fessurazioni senza calcolo diretto (SLE)

(EC2 EN1992-1-1:2004, §7.3.4)

larghezza fessura  $w_k=0.3\text{mm}$  (XC2), tensione acciaio  $\sigma_s=103\text{N/mm}^2$ ,  $\Phi^*=25\text{mm}$ ,  $\max s=250\text{mm}$  (EC2 T.7.2N)  
 $\emptyset_s=\emptyset^* \cdot (f_{ctm}/2.9) [k_c \cdot h_{cr}/(2(h-d))]=21\text{mm}$  (EC2 Eq.7.6N)  
 $f_{ctm}=2.60\text{N/mm}^2$ ,  $k_c=0.40$ ,  $h_{cr}=0.5 \times 500=250\text{mm}$ ,  $h=500\text{mm}$ ,  $d=444\text{mm}$   
 Diametro massimo del ferro  $\emptyset=21\text{ mm}$ , passo massimo del ferro  $s=250\text{ mm}$   
 Diametro del ferro  $\emptyset=16 \leq 21\text{ mm}$ , **Diametro del ferro sotto il limite max**

**1.7.7. Calcolo dell'ampiezza della fessurazione (SLE)**

(EC2 EN1992-1-1:2004, §7.3.3)

$$w_k = s_{r,max} \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm})$$

(EC2 Eq.7.8)

$$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = [\sigma_s - k_t \cdot (f_{ct,eff} / \rho_{eff}) (1 + \alpha_e \cdot \rho_{eff})] / E_s \geq 0.6 \sigma_s / E_s$$

(EC2 Eq.7.9)

$$\sigma_s = 103 \text{ N/mm}^2, \text{ carico a breve termine: } \alpha_e = 6.56, k_t = 0.6, \text{ carico a lungo termine: } \alpha_e = 22.96, k_t = 0.4$$

$$A_{ceff} = 0.333 (h - x) b = 0.333 \times (500 - 246) \times 300 = 25365 \text{ mm}^2$$

(\$7.3.2.3)

$$\rho_{eff} = A_s / A_{ceff} = 2264 / 25365 = 0.089$$

$$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = [103 - 0.4 \times (2.6 / 0.089) (1 + 22.96 \times 0.089)] / 200 = 0.34 \text{ o/o} \geq 0.6 \times 103 / 200 = 0.31 \text{ o/o}$$

$$s_{r,max} = k_3 \cdot C_{nom} + k_1 \cdot k_2 \cdot k_4 \cdot \sigma_s / \rho_{eff}$$

(EC2 Eq.7.11)

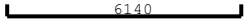
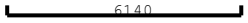
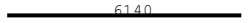
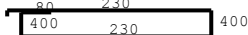
$$\sigma_s = 16 \text{ mm}, k_1 = 0.8, k_2 = (e_1 + e_2) / 2e_1 = 0.5, k_3 = 3.4, k_4 = 0.425$$

$$s_{r,max} = 3.4 \times 30.00 + 0.8 \times 0.5 \times 0.425 \times 16 / 0.089 = 132.47 \text{ mm}$$

$$w_k = s_{r,max} \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) = 132.47 \times 0.001 \times 0.34 = 0.04 \text{ mm}$$

$$w_k = 0.04 \text{ mm} \leq 0.30 \text{ mm} = w_{max}, \text{ Classe di esposizione ambientale: XC2, Ampiezza della fessurazione e}$$

**1.8. Distinta barre di armatura**

Num		tipo	Barre di armatura [mm]	quant	Ø	g/m [kg/m]	lunghe [m]	peso [kg]
1	(Luce-1)	⑩	100  100	10	16	1.580	6.340	100.17
2	(Luce-1)	⑩	120  120	1	18	2.000	6.380	12.76
3	(Luce-1)	⑧	 6140	2	14	1.210	6.140	14.86
4	(Luce-1)	⑨	80  400 230 400	32	8	0.395	1.420	17.95

Peso totale [kg]

145.74

